

53572



Mathesis brosz. 4^o

1566

Corsondchii (Vinc.
lonelli). Perfecta qua-
dratura circuli.

Matern: polska

966^a

Mathes. 421.

Continuatio Scripti, cui titulus: *De calculo per excessum
& defectum.*

12.) Problema 4. *Determinare excessus & defectus peripheriarum falsarum respondentium diametris = 2, 4, 6.*

Resolutio. 1mo. Assumantur rationes excessiva & defectiva, quarum antecedentes multiplicati per dictas diametros, produunt facta exactè divisibilia per 8. 2do. Per ejusmodi rationes repertas quaratur tam periphèria excess:, quàm defect: diametri = 1, earumque differentia. 3tio. Differentia inventa multiplicetur per dictas diametros, ut prodeant differentia peripheriarum iisdem diametris respondentium. 4to. Ex numeratore cujusvis differentia auferatur denominator major peripheriarum primitivarum, h. e. non reductarum ad eandem denominationem, tamdiù, donec relinquatur residuum exactè divisibile per denominatorem minorem, & tam huic residuo, quàm facto ex denominatore ablato in numerum subtractionum factarum subscribatur denominator differentia: partes hoc modo repertæ sistunt excessus & defectus desideratos.

E. gr. Multiplicando antecedentes rationum excessiva 100 : 315 & defectiva 12 : 37 per diametros = 2, 4, 6, prodeunt facta 200, 400, 600, & 24, 48, 72 exactè divisibilia per 8. Sumptis itaque his rationibus & diametro = 1, produuntur periphèria primitiva $\frac{315}{8}$ & $\frac{37}{8}$, quæ reductæ ad eandem denominationem, exhibent æquivalentes $\frac{1750}{128}$ & $\frac{3700}{128}$, quarum differentia est $\frac{160}{128}$. Jam cum differentia peripheriarum crescant in ratione diametrorum; necesse est, ut differentia peripheriarum respondentium diametris = 2, 4, 6, sint $\frac{160}{128}$, $\frac{320}{128}$, $\frac{480}{128}$. Auferendo itaque denominatorem majorem 100 è numeratore 160 differentia 1ma, relinquitur residuum 60 exactè divisibile per denominatorem minorem 12: ergo numerator 160 est conflatus ex 60 & 100. Subducendo denominatorem 100 è numeratore 320 differentia 2da semel, relinquitur residuum 220 nondum exactè divisibile per 12; demendo illum bis, relinquitur residuum 120 exactè divisibile per 12: ergo numerator 320 est aggregatum ex 120 & 200. Demendo denominatorem 100 semel, bis, ter, è numeratore 480 differentia 3tia, relinquuntur residua 380, 280, 180, quorum solum ultimum denominator 12 metitur: ergo numerator 480 componitur ex 180 & 300. Subscribendo igitur his 6 quantis inventis denominatorem communem differentia, emergunt 3 excessus $\frac{160}{128} = \frac{1}{8}$, $\frac{320}{128} = \frac{1}{4}$, $\frac{480}{128} = \frac{3}{8}$, & 3 defectus $\frac{120}{128} = \frac{3}{8}$, $\frac{200}{128} = \frac{5}{8}$, & $\frac{300}{128} = \frac{75}{32}$.

Demonstratio. Numerator excessus quanti æquivalentis excessivo primitivo debet constare ex denominatore simplo vel multiplo quanti defectivi; numerator defectus quanti æquivalentis defectivo primitivo ex denominatore simplo vel multiplo quanti excessivi, & denominator communis utriusque esse idem ac denominator differentia: ut ergo differentia, quæ est aggregatum ex excessu & defectu quantorum æquivalentium [§ 1.] resolvi queat in ejusmodi partes essentielles, debet numerator ejus esse conflatus ex denominatore uno vel pluribus quanti tam defectivi, quàm excessivi [§ 3.]: ergo hoc in casu debet vice versa numerator excessus constare ex tot denominatoribus quanti defectivi, & numerator defectus ex tot denominatoribus quanti excessivi, quot complectitur numerator differentia. Sed numerator 160 differentia primæ est conflatus ex 60 & 100, h. e. ex 5 denominatoribus 12 periph: defect: & uno denominatore 100 excessiva; numerator 320 2dæ ex 120 & 200, h. e. ex denominatore decuplo defectiva, & 2plo excessiva; numerator 480 3tiæ ex 180 & 300, h. e. ex denominatore 15plo defectiva & 3plo excessiva: ergo 60, 120, 180 sunt numeratores excessuum, & 100, 200, 300 sunt numeratores defectuum. Subscribendo igitur hisce numeratoribus denominatorem 1200 differentia, emergunt prædicti excessus & defectus periph-

peripheriarum æquivalentium [§ 5.], qui deinde reducti ad terminos minores nempe excessus per denominatorem 12 periph: defect: defectus per denominatorem 100 excessiva, sistunt excessus & defectus peripheriarum primitivarum [§ 4.].

13. *Corollarium* 1. Quotiescunque igitur antecedentes rationum excessivæ & defectivæ ducti in diametrum, sunt divisibiles per 8, legitimè determinari possunt excessus & defectus peripheriarum falsarum eidem diametro respondentium.

14.) *Corollarium* 2. Multiplicando peripheriam primitivam $\frac{315}{100}$ per diametros $\equiv 2, 4, 6$, prodeunt excessivæ 3 respondentes eisdem diametris, ex quibus prædicti excessus (§. 12) ablati, relinquunt peripherias $\frac{625}{100}$, $\frac{1250}{100}$ & $\frac{1875}{100}$, ad quarum 1mam diameter est, ut $2 : \frac{625}{100} \equiv 200 : 625 \equiv 8 : 25$, ad 2dam, ut $4 : \frac{1250}{100} \equiv 400 : 1250 \equiv 8 : 25$, ad 3tiam, ut $6 : \frac{1875}{100} \equiv 600 : 1875$, h. e. dividendo utrinque per 75, ut $8 : 25$. Et quoniam eadem ratio invenitur etiam ope defectuum ad peripherias defectivas additorum; palam est excessus & defectus peripheriarum per Problema præcedens legitime determinari.

15.) *Corollarium* 3. Termini rationum excessivæ $100 : 315$, & defectivæ $12 : 37$ ducti in 2, 4, & 6, sistunt 3 paria rationum æqualium, quarum antecedentes sunt divisibiles per 8, nempe $200 : 630$ & $24 : 74$; $400 : 1260$ & $48 : 148$; $600 : 1890$ & $72 : 222$. Jam cum ejusmodi antecedentes ducti in diametrum $\equiv 1$, maneant invariati; evidens est, per par quodcunque rationum excessivæ non majoris, quàm $1 : 3\frac{1}{2}$ & defectivæ non minoris, quàm $1 : 3$, quarum antecedentes sunt divisibiles per 8, determinari posse excessus & defectus peripheriarum diametri $\equiv 1$ (§. 13).

16.) *Scholion*. Sumta igitur ubique diameter $\equiv 1$, prodeunt per 1m par rationum præcedentium periphæria $\frac{630}{100}$ & $\frac{74}{24} \equiv \frac{14120}{14800}$, quarum differentia est $\frac{280}{14800}$, ex cujus numeratore denominator 100 subductus, relinquit 120, h. e. 5plum denominatoris 24 p. defectivæ: ergo excessus est $\frac{120}{100} \equiv \frac{3}{25}$, qui ablatus ex periphæria excessivæ, relinquit veram $\frac{630}{100} \equiv 3\frac{3}{8}$. Per 2dum par rationum producuntur periphæria $\frac{1260}{100}$ & $\frac{148}{48} \equiv \frac{66480}{19200}$, quarum differentia est $\frac{1280}{19200}$, ex cujus numeratore denominator 100 demptus bis, relinquit 480, h. e. 10plum denominatoris 48 defectivæ: ergo excessus est $\frac{480}{100} \equiv \frac{10}{25}$, qui ablatus ex excessivæ, relinquit veram $\frac{1260}{100} \equiv 3\frac{1}{8}$. Per 3tium par rationum prodeunt periphæria $\frac{1890}{100}$ & $\frac{222}{72} \equiv \frac{136280}{13200}$, quarum differentia est $\frac{2880}{13200}$, & cujus numeratore denominator 600 ablatus ter, relinquit 1080, h. e. 15plum denominatoris 72 defectivæ: ergo excessus est $\frac{1080}{100} \equiv \frac{15}{25}$, qui demptus ex periphæria excessivæ, relinquit veram $\frac{1890}{100} \equiv 3\frac{1}{8}$. Porro multiplicando terminos rationum excessivæ $100 : 325$ per 2 & defectivæ $1 : 3$ per 8, emergunt rationes æquales $200 : 650$ & $8 : 24$, per quas producuntur periphæria $\frac{650}{100}$ & $\frac{24}{8} \equiv \frac{1200}{1600}$, quarum differentia est 400, & cujus numeratore denominator 200 ablati, relinquit 200, h. e. 25 denominatores periphæria defectivæ: ergo excessus est $\frac{200}{100} \equiv \frac{2}{25}$, qui ex excessivæ subtractus, relinquit veram $\frac{650}{100} \equiv 3\frac{1}{8}$. Cum igitur diameter sit ad quamlibet periphæria: per ejusmodi rationes inventam, ut $1 : 3\frac{1}{8} \equiv 8 : 25$; manifestum est, hanc rationem esse unicam veram (§. 9. 14).

